

3 年のかけ算わり算の指導について

さぬき市立志度小学校 石原 清貴

1、はじめに

小数や分数の乗除文章問題は整数乗除の文章問題の正答率と比較すると格段に低下するといわれる。そこで、その差を調べるためにある学校の5, 6年に調査を依頼して調べてみた。以下がその問題と5・6年生の正答率の一部である。(使用教科書は啓林館))

・整数乗除文章問題正答率(%)実施日2003年10月6日(A小学校225名)

問題文	5年	6年	全体
1皿あたりケーキを2個ずつのせたお皿を5皿分作る。ケーキは全部で何個必要か?	97	97	97
20個のりんごを5箱に同じ数ずつ分けると1箱あたり何個になる?	97	100	98
13個の栗を1袋4個ずつ分ける何袋分できるのか?	92	99	94
2000円で1箱500円の洗剤は何箱買える?	91	100	95
5メートルで265グラムの針金1メートルあたりの重さは?	85	97	91
1L98円のガソリンを36L入れたとき何円になるか?	91	97	94

・小数乗除文章問題正答率(%)実施日2003年10月7日(A小学校225名)

問題文	5年	6年	全体
1.8メートルで15.3キログラムの針金1メートルあたりの重さは?	80	85	83
1メートルあたり2.5グラムの針金0.15mの重さは?	47	57	52
1mあたり3.5gの針金は何メートルがあり、重さは2.35g。さて何m?	44	55	49
4.8kmを0.2時間で進む時の時速は?	×	85	85
時速5.7kmで2時間進んだ時の距離?	×	85	85
時速3.2kmの速さで1.6km進むのにかかる時間?	×	62	62
ガソリン1Lで9.8km走れる車が5km走った。使ったガソリンは何L?	×	26	26

・調査から分かること

整数の乗除問題は5, 6年生になるとほとんど解ける。

整数乗除の文章問題は5, 6年生全体で90%以上という高い正答率が出ている。基本的なイメージしやすい問題に限ったことがこのような結果になったのかもしれない。しかし、文章問題を見て正しく演算決定できているように思える。

小数乗除になるとやはり極端に正答率は低下する。

整数乗除の文章問題正答率が90%以上だったのが小数乗除になったとたんに正答率は全体で50%近くにまで低下する。中でも第3用法の正答率は極めて低くなる。

2、正答率のこの違いは何を物語っているのか?

なぜ整数段階での演算決定がほぼ完璧なのに小数になると演算決定が困難になるのだろうか?この問いに対してこれまで小数や分数の数そのものの理解があやふやであるとか、小数や分数の問題に現れる量がわかりにくいといった事が言われてきた。

しかし、整数値での演算決定の方法に問題はないのだろうか?子どもが獲得しているであろう整数値での演算決定方法が小数値になったときに通用しない方法なのではないかという疑いが残る。

3 , 子ども達は整数段階の文章問題をどう演算決定しているのか？

そこで子ども達に整数段階での演算決定方法について質問してみた。おおよそ次のようなパターンに分類できる。

理屈で演算決定

< 1あたりを求めるのはわりざん、1あたりが分かっていたらかけざん >

言葉や操作のイメージで決定

< 分けるとか、配るとか、切るとかという操作を表す言葉があればわりざん、全部や全体を求めるのは掛け算 >

数値の大小関係で決定

< わりざんは大きな数と小さな数が出てきて、大きな数を小さな数で割って減るイメージ、かけ算は倍して増えるイメージ、つまり減る感じがするのはわり算、増えそうな感じのはかけ算 >

算数の問題の経験

< 何度もやっているなので文のパターンそれぞれが何算であるかを覚えている。 >

子ども達に演算決定方法を聞いてみるとどれもが断片的な理屈であったり、漠然としたイメージや慣れで決定しているのがわかる。それでも、これだけの方法を組み合わせ駆使することで整数段階の問題は間違ふことなく演算決定できる。

しかし、小数や分数の乗除文章題の演算決定はこのような断片的な理屈や慣れでは解決できないのは明白である。

小数值や分数値を含む文章問題の多くは質問例題に現れたように< 分ける >とか< 配る >とか、< 全体や全部 >と言った操作的な言葉や演算決定のヒントとなる言葉は現れてこない。また、かけ算なのに答えが減ったり、逆に割ると答えが増える現象が起こってくる。つまり、整数段階で子どもが獲得していた方法が適用できなかつたり、ことごとく覆されるのである。これが整数段階の乗除文章問題はできるが小数乗除文章問題になるとできなくなる理由だと思われる。

4 , どういう指導が必要か？

乗除の文章問題を解読し演算を決定する力は子どもの理解能力の問題ではない。それは乗除の指導で身に付けさせる文章問題分析方法の問題（つまり指導法）である。そして、その最も有効な指導方法は初めから徹底的に量の乗除をかけわり図を使って指導することである。

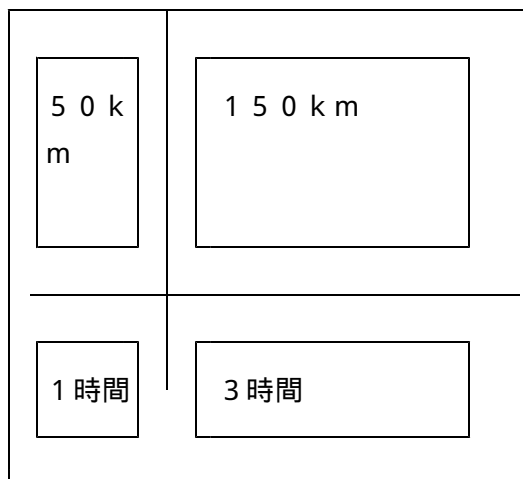
< 量の乗除・3用法 >

外延量 ÷ 内包量 = 外延量 内包量 × 外延量 = 外延量 外延量 ÷ 内包量 = 外延量

内包量というのは速度や密度のような強さの程度を表す量のことである。外延量（長さ、重さ、かさ）のように手にとって確認できる量ではない。これらは物や運動の中に内包されていて（だから内包量という）2つの単位の商として取り出すことができる量である。（50km/h, 50g/cm）

例えば150kmを3時間で進むことのできる車の速度、時速50kmは50km/hと表示する。この（km/h）単位は（150km ÷ 3h=50km/h）という計算で求められた単位である。そして時速と時間から距離を算出するには（50km/h × 3h）というかけ算を行い、時速と距離から時間を算出するには（150km ÷ 50km/h）を行う。この3つの算法の関係を量の乗除3用法とい

う。この3用法の関係を図に表すと次のようになる。

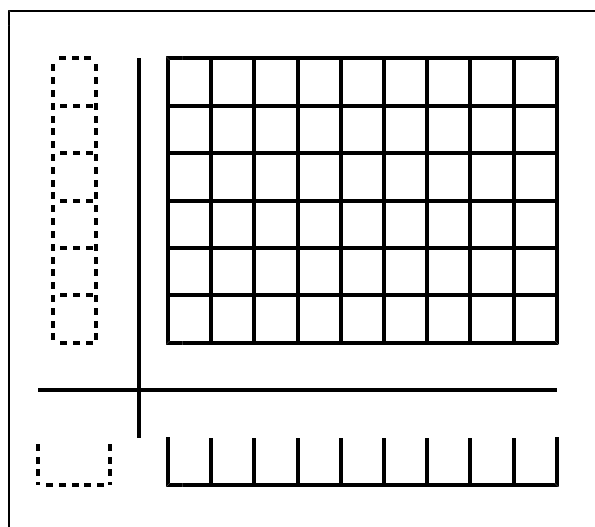


この図は遠山氏と銀林氏の量の理論()を实践研究してきた数学教育研究団体「数学教育協議会」が何年にも及ぶ研究の結果、量の乗除の構造をもっとも的確に表す図として産み出されたもので「かけわり図」と呼ばれる。(最終考案者は山野下とよ子氏・金沢の現小学校教員)

この量の乗除3用法を構造化したかけわり図によって小学校段階での量を扱う文章問題は飛躍的に理解しやすくなった。そればかりかそれまでは小数や分数の計算の応用問題にすぎなかった文章問題を自然や社会を理解する方法に昇華させたのである。

() 遠山啓(故人・東工大教授) 銀林浩(明治大名誉教授) 量の理論(むぎ書房・銀林著) 5, 整数段階での乗除の指導

では内包量と外延量がでてこない低学年ではどのように量の乗除を指導したらいいのか? 実は扱う量が分離量であってもそこには内包量的な量(外延量的内包量)が存在するのだ。たとえば1箱6個入りのチョコレートとか1袋8個入りの飴の袋などがそうである。私たちの身の回りに2つの単位でセットになっていて1あたりいくつと考える量が意外に多く存在している。そこで整数のかけ算の指導はこの外延量的内包量(1あたり量)を核にして行う。
問題< くりを1箱に6個ずつ入れていく、9箱分作るのに栗は全部で何個いるでしょう? >



かけ算の導入段階では1箱当たり6個のような入れ物と中身のイメージを大切に1あたり量を指導し、それをいくつ分作る操作を中心に< 1あたり量×いくつ分量 = 全体量 > がかけ算であると教える。この時、式は名数式で指導するようにしたほうがいい。

$$\langle 6 \text{ 個/箱} \times 9 \text{ 箱} = 54 \text{ 個} \rangle$$

かけわり図は最初はタイル操作するための図として与えておく。

その後、操作ではなく図に書いて解決する段階でかけ算の決まりの図として押さえる。

わり算は3年生で指導するようになる。教科書のほとんどはわり算はかけ算の逆算で指導するようになっている。しかしこの方法からは等分除と包含除の操作の決定的な違いは認識できない。等分除と包含除はそれぞれに独自の操作から導かれる演算であるとして指導される必要がある。そうしないと3用法の理解に大きな支障をきたす。

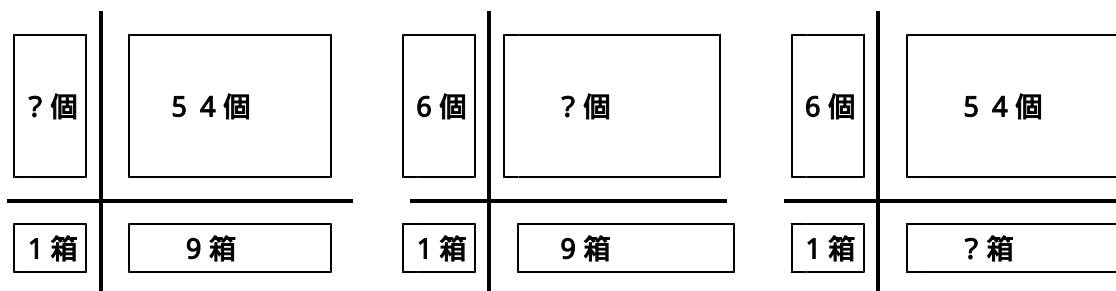
等分除< $54 \text{ 個} \div 9 \text{ 箱} = 6 \text{ 個/箱}$ > (1個ずつ配っていく操作) 分け算

包含除< $54 \text{ 個} \div 6 \text{ 個/箱} = 9 \text{ 箱}$ > (決まった数ずつ取ってくる操作) 取り算

その後、二つのわり算とかけ算を3用法として再認識させる手続きが必要になる。

$$\langle 54 \text{ 個} \div 9 \text{ 箱} = 6 \text{ 個/箱} \rangle \quad \langle 6 \text{ 個/箱} \times 9 \text{ 箱} = 54 \text{ 個} \rangle \quad \langle 54 \text{ 個} \div 6 \text{ 個/箱} = 9 \text{ 箱} \rangle$$

確かに指導の時間はかかるが、この時期に3用法を指導し、かけわり図でかけ算わり算の構造をつかんでおくことは大変重要である。この整数段階の量の3用法指導ではかけわり図が威力を発揮する。



6, 量の3用法の指導の成果は？

一体量の乗除の指導はどの程度有効なのであろうか？そこで、5年・6年とかけわり図を使って量の乗除を指導してきた浜崎氏（さぬき市立長尾小学校教諭）の学級で同じ調査を試みた。（尚、この学年には浜崎氏が3・4年生の時に担任し、整数段階での量の3用法に慣れている児童が1/3いる。その意味では3・4年生段階での量の乗除指導がどのように生きているのかもある程度見ることができる。）

・かけわり図を使って量の乗除指導をしてきた浜崎学級の小数乗除文章問題の演算決定の答率（％）
実施日 2003年10月10日（26名）

問題文	6年
1.8メートルで15.3キログラムの針金1メートルあたりの重さは？	100
1メートルあたり2.5グラムの針金0.15mの重さは？	100
1メートルあたり3.5gの針金は何メートルかあり、重さは2.35gです。さて何m？	96
ガソリンを0.8L買いました。ガソリン1Lにつき0.85Kgです。0.8Lの重さは？	100
4.8kmを0.2時間で進む時の時速は？	96
時速5.7kmで2時間進んだ時の距離？	96
時速3.2kmの速さで1.6km進むのにかかる時間？	73
ガソリン1Lで9.8km走れる車が5km走った。使ったガソリンは何L？	88

初めの調査結果と比較するまでもなく浜崎学級の正答率が高いのがわかる。ほぼ全員の子どもがこの込み入った小数值の入った文章問題をほぼ正確に演算決定ができています。それに特筆すべきはA小学校の方では誰一人として線分図等の図解を試みるものはいなかったのに対して、浜崎学級の児童は演算決定をする際にほとんどの児童が調査用紙の余白にかけわり図を書き、それを基に演算決定しているという事実である。

7, 3年生で<量の3用法>の指導

(1) かけ算わり算の指導

香川県の算数教科書はほぼ全域、啓林館である。そのため量のかけ算の指導はきわめて不十分な教えられ方しかしていない。そこで1・2学期でかけ算わり算の意味指導、算法の指導及び筆算の指導に重点を置きそれを終えるように考えている。

5月後半・・・九九の表とかけ算（[王様のコック・かけ算編]は物語算数・作：石原清貴）

王様のコックをつかってかけ算の復習と量のかけ算の意味、及びかけ算の操作を掛割図を使

って指導する。

6月前半・・・等分除のわり算〔王様のコック ・わり算編〕は物語算数・作：石原清貴)

王様のコック を使って平等に分けること操作からわり算が生まれたことを得心させる。

6月後半・・・包含除のわり算

王様のコック 後編を使っていくつ分を求めるわり算を操作から導く。

7月前半・・・二つのわり算

等分除わり算と包含除わり算の違いをはききりさせる。

9月前半・・・かけ算かなわり算かな

かけ算わり算の関係をかけわり図にまとめ、3用法を知らせ。問題文を読んで正しく演算決定ができるようにする。

(2) プラン「かけ算かなわり算かな」～抜粋～

問題1 下の絵見てかけ算で全体を求めるのはどちらでしょう？

A

8個入	7個入	9個入
-----	-----	-----

 B

8個入	8個入	8個入
-----	-----	-----

その訳を書きましょう()

お話1 かけ算で全部の数を求められるのはBです。Bはどの箱も8個入りという決まりがあるからです。

<table border="1" style="width: 100%; height: 100%;"><tr><td style="text-align: center;">8個</td></tr></table>	8個	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%;"><tr><td>だから全部は 8×3で計算できる。</td></tr></table>	だから全部は 8×3 で計算できる。	<p>こんな風に<1箱あたりの数>に決まりがあるときには<1箱あたりの決まりの数にいくつ分の数をかけて全体の数を求める>のです。</p> <p>言葉式にかくと次のようになります。</p> <p style="text-align: center;">$1 \text{あたりの数} \times \text{いくつ分の数} = \text{全体の数}$</p> <p>とまとめることができます</p>		
8個						
だから全部は 8×3 で計算できる。						
<table border="1" style="width: 100%; height: 100%;"><tr><td style="text-align: center;">1箱</td></tr></table> <p>1箱の決まり数</p>	1箱	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%;"><tr><td style="width: 33%;"></td><td style="width: 33%;"></td><td style="width: 33%;"></td></tr></table> <p>3箱</p>				
1箱						

練習 1箱5個入りの飴が6箱分あります。全体の飴の数は何個？

<table border="1" style="width: 100%; height: 100%;"><tr><td style="width: 50%;"></td><td style="width: 50%;"></td></tr></table>			<p>言葉式</p> <table border="1" style="width: 100%; height: 20px;"><tr><td></td></tr></table> <p>かけわり図に当てはめて式を書く。</p>	
<table border="1" style="width: 100%; height: 100%;"><tr><td style="width: 50%;"></td><td style="width: 50%;"></td></tr></table>				

～その後いろいろなかけ算文章問題に挑戦する。～

問題2 次の問題は $15 \div 3 = 5$ の問題ですが、意味が違います。どんな風に違うのかを考えましょう。

A, 15個のチョコを3人で分ける1人何個ずつになる？

B, 15個のチョコを1人3個ずつ分ける何人に分けることができる？

・違っているところ<

>

お話2 A,Bの問題は全く意味が違ってきます。Aは15個÷3人で1人あたりの数を求めます。Bは15個÷1人3個で何人分を求めます。このようにわり算には同じ15÷5であっても全く意味が違う計算をしていることがあるのです。言葉式で書くと次のようになります。Aは<全体÷いくつ分=1あたり>、Bは<全体÷1あたり=いくつ>ところで1あたりとかいくつ分とか全体というのはかけ算の時にもでてきました。わり算でもかけ算と同じ言葉がでてくるのはどうしてでしょうか？2つのわり算はかけ算のそれぞれ逆なのです。図を見てみましょう。

かけ算		1あたりわり算		いくつ分わり算
5個	全体は？個	？個	全体は15個	全体は15個
1箱	3箱	1箱	3箱	？箱

～この後3用法の文章問題に自分でかけわり図を書きながら挑戦する～

(3)「かけ算かな？わり算かな？」プランの感想

- ・かけ算わり算の文章問題がすらすらできるようになった。 15人
- ・この勉強をして賢くなった。(成長した。力が付いた。) 11人
- ・算数が好きになった。 4人
- ・算数で困らなくなった。 2人

<ついでにしたアンケート> <1, 2年生の時に比べて算数の勉強はどうですか？>

2年の時

3年になってから

・大好き	・大好き・・・20人	UP度4・・・11人
・好き	・好き・・・7人	UP度3・・・8人
・普通	・普通・・・3人	UP度2・・・1人
・少しいや	・少しいや・・・1人	UP度1・・・5人
・すごいや	・すごいや・・・0人	down度1・・・3人

- ・面倒くさいことをやってもわからなかった。 ・面倒くさいことをやってもわかる。
- ・居残り勉強をいっぱいしてもできるようにならなかった。 ・居残り勉強がないけれども図を書いて勉強するのでできる。
- ・百マス計算, 3分間テスト, 百問テストがあり, できなければ居残りになった。めちゃくちゃいやだった。 ・いろんなことが全部なくなって助かった。無理矢理やらされない。

<最後に>

学力向上のかけ声で算数の計算問題を無理矢理やらせる。ノルマを課し時間を制限する。ノルマを達成できなければ休憩時間や放課後をうばい、できるまで許さないなどのしごきの指導や手だてが蔓延しつつある。ちょっと見ると子どもたちは熱心に意欲的(?)に算数の問題や計算にとりくんでいるように見える。がしかし、子どもたちが心を痛めているをこのアンケートは教えてくれる。